Correction exercices triangles semblables

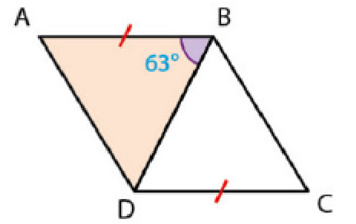
Exercice 6 p 211

Avant de commencer bien lire les informations indiquées sur la figure.
Essayer de voir ce qui serait possible de penser :
AB et BD sont-elles égales ?, ABCD est-il un parallélogramme ? etc ...

Comment montrer que les triangles sont égaux ?
Trois méthodes possibles, dont au moins une fonctionnera ici.

Méthode 1 :	Méthode 2 :	Méthode 3 :
« 3 côtés, deux à deux, de mêmes mesures »	« 2 côtés et un angle, deux à deux, de mêmes mesures »	« 1 coté et deux angles, deux à deux de mêmes mesures »

Remarque *: « 3 côtés deux à deux… » signifie « un côté du premier triangle, avec un côté du second triangle, ET un 2^e côté (différent du 1er) du premier triangle, avec un côté du second triangle (autre que celui déjà considéré), etc.…)*



Quelle méthode choisir ?
Voyons les indications : On peut voir deux côtés de même mesure, et un angle qui est précisé.
Ainsi on exclut la première méthode, reste à choisir entre les deux dernières méthodes.
Laquelle est-ce ? Peut-on trouver un autre côté, et alors utiliser la méthode 2 ? Ou peut-on trouver un autre angle, et alors utiliser la méthode 3.

Rédaction :
On sait que :

- (AB)//(DC)
- (BD) est sécante à (AB) et à (BD)

Ainsi, on obtient que les angles alternes-internes $\widehat{ABD}\ et\ \widehat{BDC}$ sont de même mesure.

Or [DB] est un coté commun aux triangles ABD et BDC, d’où les triangles possèdent deux côtés de même mesure.

De plus, AB = DC (autrement dit deux autres côtés de même mesure)

D’où finalement, selon la méthode 2, on obtient que ABD et BDC sont des triangles égaux.

Exercice 32 p 217

Pour montrer que deux triangles sont semblables, on peut utiliser :

- Soit la définition qui dit « deux triangles sont semblables si leurs angles sont, deux à deux, de même mesure »,
- Soit utiliser le fait que « les côtés sont proportionnels ».

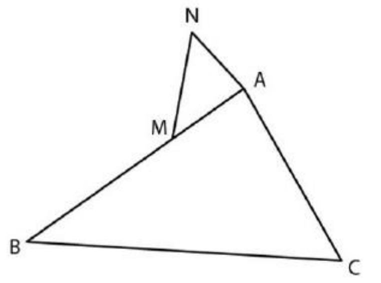
Aucune information ne mentionne des mesures d’angles, donc on raisonnera selon les côtés, et montrerons qu’ils sont semblables.

Dressons, par exemple, un tableau renseignant les mesures des côtés, et montrons que c’est un tableau de proportionnalité.

Cotés de ABC	BC	AB	AC
Côtés de AMN	MN	AM	AN

Pourquoi a-t-on associé BC avec MN ? car s’ils devaient être proportionnels, les « grands » seraient proportionnels entre eux, les « moyens » entre eux, et enfin les « petits » entre eux.

32 Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que AB = 4,8 cm ; AC = 3,6 cm et BC = 5,7 cm.
AMN est un triangle tel que AN = 1,2 cm, AM = 1,6 cm et MN = 1,9 cm.



1. Expliquer pourquoi les triangles ABC et AMN sont des triangles semblables.
2. Déterminer le rapport de réduction pour passer du triangle ABC au triangle AMN.

En remplaçant par leurs mesures respectives, on obtient

Cotés de ABC	5,7	4,8	3,6
Côtés de AMN	1,9	1,6	1,2

On vérifie que les quotients $\frac{5,7}{1,9}$ et $\frac{4,8}{1,6}$ et $\frac{3,6}{1,2}$ sont tous égaux.
Effectivement ces quotients sont tous égaux à 3.
D'où les **<u>côtés sont proportionnels</u>**, **<u>et ainsi les triangles sont semblables.</u>**

<u>Qu'en est-il du rapport de réduction</u> ?
Il est quasi défini, grâce à la valeur commune des quotients, ici 3.
Ce nombre 3 (obtenu par quotient), est un rapport, lequel ? celui de réduction ou celui d'agrandissement ?
En fait comme 3 > 1 alors 3 est le rapport d'agrandissement.
Le rapport de d'agrandissement ainsi défini, on peut ainsi trouver le rapport de réduction, en considérant tout simplement l'inverse de 3, soit le rapport de réduction est $\frac{1}{3}$.

<u>Rappel</u> *: L'inverse de* $\frac{11}{7}$ *est* $\frac{7}{11}$ *et l'inverse de 4 est* $\frac{1}{4}$ *car 4 s'écrit aussi* $\frac{4}{1}$

<u>Remarque</u> : Par calcul $\frac{1,9}{5,7} \approx 0,333$ …. Attention 0,333 n'est qu'une valeur approchée du rapport, ce n'est pas la valeur exacte du rapport ! $\frac{1,9}{5,7}$ est le rapport de réduction. D'autre part $\frac{1,9}{5,7} = \frac{1\times1,9}{3\times1,9} = \frac{1}{3}$, d'où on peut écrire que le rapport de réduction est $\frac{1}{3}$

<u>Exercice 1 supplémentaire</u> :

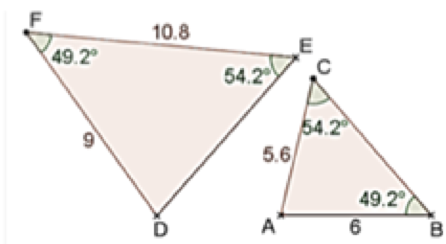
1) On sait que les triangles sont semblables, donc les côtés sont proportionnels.
   Or [FE] et [CB] sont proportionnels car ce sont les côtés communs aux angles en question.
   D'où [AB] et [FD] sont proportionnels car ce sont des côtés formant l'angle de 49,2°.

   On peut ainsi considérer le tableau de proportionnalité suivant :

Côtés de EDF	9	10,8	ED
Côtés de ABC	6	CB	5,6

   Ainsi par la règle de trois (par exemple), on trouve que :

   $CB = \frac{6\times10,8}{9} = 7,2\ cm$ et $ED = \frac{9\times5,6}{6} = 8,4\ cm$



2) Déterminons un rapport (peu importe lequel, car si on en connait un, ce sera simple de déterminer l'autre).
   Considérons un rapport (un seul, celui que vous souhaitez, car tous les rapports sont égaux du fait de la proportionnalité), soit considérons le rapport $\frac{9}{6}$.
   Or $\frac{9}{6} = 1,5$ et 1,5 > 1 , donc 1,5 est le rapport d'agrandissement.
   Le rapport de réduction étant alors l'inverse de $\frac{9}{6}$ soit le rapport de réduction est $\frac{6}{9}$.
3) Pour déterminer l'aire, nous ne considérerons pas la formule habituelle, utilisant la mesure de la hauteur, puisqu'ici la **hauteur n'est pas indiquée**.
   <u>Une formule à retenir</u> :
   Considérons deux figures (F) et (G) telles que (G) est un agrandissement de (F), alors :

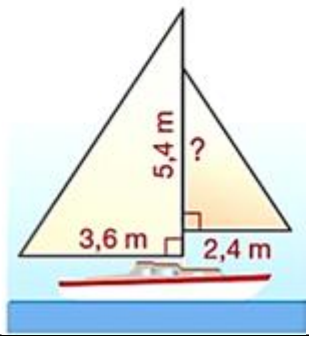
   $Aire(G) = Aire\ (F) \times a^2$, avec a le rapport d'agrandissement.

De même on aura :
$Aire(F) = Aire(G) \times r^2$ avec r le rapport de réduction

Ainsi ici, on peut écrire :
$Aire\ (EDF) = Aire(ABC) \times 1{,}5^2$ car 1,5 est le rapport d'agrandissement.
D'où $Aire(EDF) = 16{,}2 \times 1{,}5^2 = 36{,}25\ cm^2$.

Remarques : (G) est un agrandissement de (F) signifie que (F) et (G) sont semblables.

Exercice 2 supplémentaire

Les deux voiles sont proportionnelles d'où les côtés des voiles sont deux à deux proportionnelles. Les hypoténuses (les plus longs côtés) sont proportionnelles entre elles et les côtés de mesure 3,6m et 2,4 sont aussi proportionnels entre eux. D'où on peut écrire que $\frac{2{,}4}{3{,}6} = \frac{3\times0{,}4\times2}{3\times0{,}4\times3} = \frac{2}{3}$ est le rapport de réduction (car $\frac{2}{3} < 1$). D'où : Hauteur réduite = hauteur agrandie x $\frac{2}{3}$ = 5,4 x $\frac{2}{3}$ = 3,6 m.	

Exercice 3 supplémentaire :

Attention dans cet exercice, il n'apparait pas de mesures de côtés, donc il faut raisonner à partir des angles. **Rappel** : Deux triangles semblables ont des angles deux à deux de même mesure. Ainsi montrons que les angles sont, deux à deux, de même mesure. Au vu des informations, on lit déjà que $\widehat{ACB} = \widehat{RST}$. Reste à considérer 48° et 82°. Comment poursuivre le raisonnement ? en calculant la mesure du troisième angle dans un des deux triangles. La somme des mesures des trois angles d'un triangle vaut 180°, d'où dans le triangle ABC, on a que $\widehat{CAB} = 180 - (48 + 50) = 82°$ Par un même raisonnement $\widehat{TRS} = 180 - (50 + 82) = 48°$ Finalement on remarque que les angles sont deux à deux de mêmes mesures. Et donc ABC et RST sont semblables. **Remarque** : Simplement le fait d'avoir deux paires d'angles de même mesure, assure que les angles restants sont égaux ! **C'est-à-dire que dès lors que l'on trouve deux paires d'angles de même mesure, alors les triangles sont semblables**.	**Cas 1** : ABC un triangle tel que $\widehat{ABC} = 48°$ et $\widehat{ACB} = 50°$ RST un triangle tel que $\widehat{RST} = 50°$ et $\widehat{RTS} = 82°$

Exercice 4 supplémentaire
De la même manière, considérer le troisième angle et remarquer si égalité des angles pour conclure.